

LOGICABOEK
Praktijk en theorie van het redeneren

Diderik Batens

Hier volgen belangrijke opmerkingen voor het studeren van dit vak:

- (i) Studeer de syllabus vanaf het begin—dus vanaf het voorwoord. Studenten die moeilijkheden ondervinden met dit vak blijken steeds weer een aantal elementaire dingen uit het voorwoord of het eerste hoofdstuk niet te hebben verwerkt.
- (ii) Maak de computeroefeningen tot je het gewenste niveau hebt behaald. Het bestuderen van oplossingen van anderen is volstrekt nutteloos (en een groot tijdverlies).
- (iii) Los zelf alle andere oefeningen op die in het boek worden vermeld.
- (iv) Maak *zelf* een samenvatting van de theoretische stof—zoek zelf haar structuur en onderscheid hoofd- en bijzaken. Samenvattingen van anderen kunnen alleen tot misverstanden en dus een slecht examen leiden.
- (v) Lees de teksten over dit vak die op het internet beschikbaar zijn en maak de oefeningen die je daar vindt.

Inhoud

Woord vooraf	9
Voorwoord bij de herziene uitgave	14
1 Redeneren en argumenteren	1
1.1 Kennismaking en inleidende gegevens	1
1.1.1 Algemene omschrijving en motivering	1
1.1.2 Enkele belangrijke onderscheiden	4
1.1.3 Taal en metataal	6
1.2 Argumenten herkennen	7
1.2.1 Redeneringen en argumenten	7
1.2.2 Argumenten voor argumenten	8
1.2.3 Verklaringen, oorzaken, en implicaties	9
1.2.4 Argumenten in teksten	9
1.2.5 Een argument volgens wie?	11
1.2.6 Woorden die op argumenten wijzen	12
1.2.7 Antwoord op de vragen uit 1.2.2	13
1.3 Eerste inperking van ons studieobject	14
1.3.1 Redeneren—inferentie—deductieve inferentie	14
1.3.2 Formele logica	15
1.3.3 Schematische letters, logische vorm, en de rol van lo- gische termen	17
1.3.4 Van natuurlijke talen naar formele talen	20
1.4 Argumenten en inferenties: contexten en beoordeling	24
1.4.1 Relatie tussen argumenten en inferenties	24
1.4.2 Verzwegen premissen	25
1.4.3 Verzwegen besluiten	28
1.4.4 Hoe goed is een argument?	28
1.4.5 Inferentiecontexten	30
1.5 Elementaire gegevens over klassen, verzamelingen en relaties .	33
1.5.1 Klassen	33
1.5.2 Verzamelingen	36
1.5.3 Relaties	38

2	Bewijstheorie van de klassieke oordeelslogica	43
2.1	Het taalschema PC	43
2.1.1	Praktische beschrijving van het taalschema PC	43
2.1.2	Een propositionele taal	44
2.1.3	Een propositioneel taalschema	46
2.1.4	Aftelbaarheid van de PC -wffs	48
2.1.5	Conventie over het gebruik van haakjes	50
2.2	De klassieke oordeelslogica als regelsysteem	50
2.2.1	Het regelsysteem PCI1	51
2.2.2	Bewijzen zoeken	55
2.2.3	Afgeleide inferentieregels	58
2.2.4	Bewijsheuristiek	62
2.2.5	Vertaling van zinnen uit het Nederlands	68
2.2.6	De equivalentieregel: EQ	74
2.2.7	Bewijs dat EQ afleidbaar is in PCI1 †	75
2.3	Axiomatische formuleringen van PC	77
2.3.1	Een formulering met axiomaschema's	77
2.3.2	Bewijs dat PCI2 equivalent is aan PCI1 †	79
2.3.3	Een formulering met definities	81
2.3.4	Bewijs dat PCI3 en PCI2 equivalent zijn †	81
2.3.5	PCI4 -axioma's	82
2.3.6	Bewijs dat PCI4 equivalent is aan PCI3 †	83
2.3.7	Calculus, inferentiesysteem en theorie †	85
2.4	Uitweiding over definities	86
2.4.1	Technische gegevens over expliciete definities †	86
2.4.2	Andere onderscheiden	88
2.5	De paradoxen van de klassieke oordeelslogica	89
3	Semantiek van de klassieke oordeelslogica	91
3.1	Een semantiek voor PC	91
3.1.1	De inferentiële en de traditionele semantiek †	92
3.1.2	De semantiek	93
3.1.3	Verduidelijking van enkele termen	95
3.2	Een beslissingsmethode voor PC : semantische tableaux	95
3.2.1	Beschrijving	95
3.2.2	Metabewijzen †	100
3.3	Enkele verdere gegevens	102
3.3.1	Een tweede beslissingsmethode: waarheidstafels †	102
3.3.2	Enkele andere connectieven	103
3.3.3	Functionele volledigheid	103
3.4	Volledigheid en verdere metatheorie †	104
3.5	Propositionele constanten	110

4	Enkele alternatieve logica's	113
4.1	Meerwaardige logica's	113
4.2	De intuïtionistische oordeelslogica IPC	115
4.3	Modale logica's	116
4.3.1	Een axiomastelsel voor T van Feys (1937)	117
4.3.2	Enkele andere modale logica's	118
4.3.3	Regelsystemen	119
4.3.4	Semantiek voor modale logica's	121
4.3.5	Enkele verdere gegevens	122
4.3.6	Een beslissingsmethode voor modale logica's	124
4.4	Paraconsistente logica's	126
4.5	Relevante logica's	129
4.6	Adaptieve logica's	131
4.7	Relevante afleidbaarheid	133
5	PC uitgebreid met een relevante implicatie: PCR	135
5.1	Probleemstelling en opzet	135
5.2	Bewijstheorie	136
5.3	Semantiek	145
5.4	Beslissingsmethode	145
5.5	Vertaling van zinnen uit het Nederlands	148
6	De klassieke predikatenlogica	149
6.1	Predikatieve talen en taalschema's	149
6.1.1	Eerste kennismaking	149
6.1.2	Het predikatieve taalschema	153
6.1.3	Enkele verdere opmerkingen	155
6.1.4	Precieze bepaling van het taalschema	155
6.2	Het inferentiesysteem PL	157
6.3	Semantiek en beslissingsmethode	163
6.4	Enkele gegevens over de metatheorie †	167
6.5	De klassieke formulering en vrije logica's	173
	Aanbevolen literatuur	177
	Index	180

Woord vooraf

Dit is een boek voor al wie belang stelt in de logica. Naast wat iedereen op de lagere school heeft geleerd, is er geen voorkennis vereist. Het boek is bruikbaar als praktische, maar ook als theoretische inleiding; het kan ook handig worden aangewend om, meteen of bij een tweede lezing, de theorie uit te diepen.

Ik heb het boek zo geschreven dat het voor zelfstudie geschikt is; meteen geef ik daar nog wat praktische richtlijnen over. Docenten die het door hun studenten laten gebruiken, zullen weinig moeite hebben om zelf een selectie te maken uit het aangeboden materiaal.

Hoewel het boek op zich bruikbaar is, kan je veel nut hebben van het bijhorend computerprogramma. Het bevat allerhande oefeningen, en vooral een handige uitwerking van de methode om bewijzen te leren vinden en zo je logisch denken te verbeteren. Het programma kan probleemloos door iedereen worden gebruikt.

* * *

Mijn pedagogische knepen heb ik gehaald uit dertig jaar onderwijs in de logica. Ik ben steeds overtuigd geweest dat alles wat ik wou bijbrengen uiterst eenvoudig is, dat men dit eigenlijk na het basisonderwijs kan vatten. Evenzeer was ik overtuigd dat het allemaal belangrijk was, noodzakelijk voor wie in onze tijd zijn leefwereld wil begrijpen, fysisch én maatschappelijk. Elk slecht examen was vanuit dit oogpunt voor mij telkens een zware frustratie en een persoonlijke mislukking.

Vrij snel heb ik ervaren dat studenten falen omdat ze heel eenvoudige dingen niet door hebben. Waar het alleen om begrijpen gaat, kan men die dingen uitdrukkelijk in de verf te zetten. Voor het beheersen van technieken, vooral de techniek van bewijzen, hielp dit blijkbaar niet. Een aantal studenten die er echt niets van begrepen, bleken na een klein uur begeleiding plots geen enkele moeilijkheid meer te ondervinden. Ik ben er me toen, tot mijn ontzetting, van bewust geworden, dat in geen enkele van de handboeken of cursussen die ik kende, wordt uiteenzet hoe men bewijzen moet zoeken. Ik ben dan terug gaan denken aan mijn middelbaar onderwijs en heb de mening van anderen gevraagd. Tenslotte dient men ook daar eenvoudige bewijzen te maken, namelijk in de lessen wiskunde. Maar ook daar worden bewijstechnieken blijkbaar niet onderwezen. Leerlingen met ‘aanleg’ hebben

genoeg met enkele voorbeelden. Leerlingen zonder ‘aanleg’ gaan door voor dom.

Op dat ogenblik denk ik begrepen te hebben waarom zoveel kinderen last hebben met wiskunde. (Dat men hen geen logica leert is op zich tekenend.) Kinderen zonder aanleg stellen zich *vragen*. Vragen die ook de leerlingen met aanleg compleet in verwarring brengen (heb ik ondervonden).

In de tweede helft van de jaren zeventig nam ik in mijn syllabus een methode op om oefeningen op te lossen, eerst en vooral een methode om bewijzen te vinden. Dit heeft mijn frustratie niet volledig kunnen wegnemen. Ook als je mensen zegt hoe ze te werk moeten gaan om een bewijs te vinden, zijn er een aantal die het vertikken om eraan te beginnen. Ze ‘zien niet’, zeggen ze, hoe ze er op die weg komen. Deze psychologische houding is faliekant. Vóór iemand ziet wat de oplossing is, moet hij of zij inzicht hebben en dat komt er pas als de schrik om ‘er niet te geraken’ is weggenomen. Het enige middel om deze studenten vooruit te helpen, is hen een methode ter beschikking te stellen waarmee het *altijd* lukt als men er maar aan begint. Vroeger kon dit alleen door persoonlijke begeleiding. Gelukkig hebben de jaren tachtig de algemene verspreiding van de zogenaamde personal computer meegebracht. Deze op zich domme tuigen kunnen uren individuele begeleiding vervangen, mits men met veel pedagogisch inzicht een goed programma ontwerpt.

* * *

Dit boek is begrijpelijk voor wie het aandachtig verwerkt. Daartoe moet men verschillende dingen doen. Eerst en vooral de tekst lezen en begrijpen. Daarnaast een aantal concrete toepassingen zoeken. Soms kan men hierbij zelf voorbeelden uitdenken, in andere gevallen is het beter concrete teksten te bekijken en te analyseren. Dit alles wordt in de verschillende afdelingen vermeld. Tenslotte, dient men zich een aantal technieken eigen te maken. Hiertoe kan men best de computerprogramma’s gebruiken. Wil men bewijzen leren maken in logica’s die daarin niet verwerkt zijn, dan zal men zijn of haar ervaring met andere logica’s gemakkelijk daartoe kunnen uitbreiden.

Wie dit boek voor *zelfstudie* wil gebruiken kan best als volgt te werk gaan. Voor een eerste inleiding kan de metatheorie grotendeels worden weggelaten; de afdelingen over metatheorie zijn aangeduid met een dolkje (†). Ben je vooral in praktisch redeneren geïnteresseerd, dan kan je nog meer afdelingen overslaan (dit wordt aangegeven in de tekst), maar beslist niet die over **PCR**. Om de zogenaamde klassieke logica te leren kennen, studeer je de afdelingen over **PC**, **PL** en **PL =**. De diversiteit aan beschikbare logica’s wordt geïllustreerd in het hoofdstuk over alternatieve logica’s. De afdelingen over metatheorie tenslotte, geven je een heel ander inzicht. Ze zijn in elk geval noodzakelijk voor wie vakpublicaties van logici wil kunnen lezen. De lijst van definities en de (beperkte) index laten dan toe materiaal terug te vinden dat in weggelaten afdelingen voorkomt.

* * *

Het gebruik van de computerprogramma's vergt weinig toelichting. Start je PC onder Windows en stop de CD-ROM erin. Het installatieprogramma begint vanzelf te lopen. Antwoord telkens "doorgaan" ("continue") en ten slotte "eindigen" ("finish").¹ Start meteen het programma op en lees in **Module 1: Voor je begint: belangrijk**. Daarna kan je de CD-ROM veilig opbergen—je zal hem opnieuw nodig hebben als er iets misloopt met je harde schijf of als je het programma op verschillende PC's wil laten lopen.² Lees alle informatie in **Module 1**. Voor je aan de oefeningen van een module begint, lees je best eerst **doelstellingen** en **inhoud**. Ook bij de oefeningen zelf komt er ook nog een korte uitleg. Lees die voor je eraan begint. Welke oefeningen je kan maken is aangegeven na elke afdeling in dit boek.

De computerprogramma's kunnen op twee manieren nuttig zijn: als test en als leermiddel. Het programma maakt je stap voor stap vertrouwd met elke moeilijke techniek. Daarbij wordt steeds uitgegaan van de manier waarop *mensen* dergelijke oefeningen (op een goede manier) oplossen. De machine dient dus louter als *hulpmiddel*. Haar 'denken' is aangepast aan het jouwe, niet omgekeerd. Waar de programma's controles uitvoeren die voor jou onzichtbaar zijn, werd uiteraard gekozen voor de meest efficiënte oplossing voor de machine, maar daar heb jij geen last van. De programma's die als leermiddel bedoeld zijn, kunnen ook als test worden gebruikt. Eens je de techniek onder de knie hebt, is dat overigens hun enig nut. Hou dus op met computeroefeningen te maken zodra je er niets meer bij leert.

* * *

Een boek dat ook als eerste kennismaking dienst moet doen, brengt drastische keuzen mee en de kans dat twee logici het daarover eens raken is klein. Daarom is het nuttig dat ik de inhoud wat verantwoord. Mijn uitgangspunt is dat het erop aankomt de lezer stap voor stap inzichten te verschaffen en zijn of haar denkpraktijk te verbeteren. Elke associatie tussen logica en ingewikkelde spelletjes moet daarom worden vermeden. Er zijn er die dat prettig vinden, maar bij de meesten zakt de motivering meteen onder nul. Bovendien heb ik technieken vermeden die men kan leren zonder dat ze blijvend inzicht nalaten. De algemene doeleinden van dit boek komen aan bod in afdeling 1.1.1; hier ga ik in op specifiekere keuzen.

Dat de klassieke logica is opgenomen spreekt (nog steeds) vanzelf. Gezien de zogenaamde paradoxen van deze logica staat al wie een boek als dit schrijft echter voor een probleem. Wie de paradoxen wegredeneert—dit is de traditionele aanpak—maakt de lezer blaasjes wijs. Ook wie de paradoxen

¹Wie zijn PC zo opzette dat van het voorgestelde moet worden afgeweken, zal wel weten welke afwijkingen vereist zijn. Bij een slecht opgezette PC of bij een onbetrouwbaar CD-ROM-station is het mogelijk dat het installatieprogramma niet vanzelf opstart. Ga dan met de verkenner ('explorer') naar het CD-ROM-station en dubbel-klik op **SETUP.EXE**.

²Je mag het programma voor eigen gebruik op verschillende machines installeren. Neem dan wel je resultaten mee—de uitleg staat in **Module 1: Voor je begint: belangrijk** onder "Je werk beschermen".

toegeeft, maar zich tot de klassieke logica beperkt, schiept de lezer op met een formeel apparaat dat onbruikbaar is ten opzichte van de natuurlijke taal. Dit soort studie zal zo goed als geen invloed hebben op het feitelijk denken van de lezer. Daarom voeg ik (in de afdelingen over **PCR**) een eenvoudige maar praktisch hoogst bruikbare relevante implicatie toe aan de klassieke logica. De zo bekomen logica is technisch eenvoudig en laat toch toe redeneringen uit het Nederlands te behandelen. Ik ken geen inleidende andere handboeken waarin dit wordt gedaan, en daarom schieten ze met betrekking tot de natuurlijke taal grondig tekort.

Voor de alternatieve logica's heb ik alleen de modale logica wat uitvoeriger behandeld (zonder metatheorie) omdat de werelden-semantiek ook buiten de logica bijzonder bruikbaar en overigens erg populair is. Voor het overige heb ik me ertoe beperkt de lezer voldoende te laten proeven om een goed beeld van de verscheidenheid te geven. Ik heb steeds gepoogd technisch eenvoudige voorbeelden te geven, die ook bij een eerste kennismaking zeer begrijpelijk zijn.

Met het oog op het praktisch doel van dit boek zijn de oefeningen op bewijzen en semantiek hoofdzakelijk beperkt tot de (volledige) klassieke logica en de uitbreiding ervan met een relevante implicatie. Daarom heb ik in die delen een zogenaamde Fitch-stijl formulering aangehouden voor de bewijzen en een tableau-methode voor de semantiek.

De Fitch-stijl formulering heeft het voordeel meteen aan te sluiten bij het natuurlijk denken. Andere aanpakken en recentere varianten doen dat niet en leveren een bewijsmethode die ofwel teveel afhangt van de specifieke formulering, ofwel te ver afstaat van het dagelijks denken (bijvoorbeeld als alle gegevens waaruit een stap is afgeleid, uitdrukkelijk worden genoteerd). Voor de predikatenlogica heb ik een formulering gekozen met individuele constanten (de klassieke formulering wordt echter kort behandeld). Na enkele jaren uitproberen (met vrije variabelen en gevlagde constanten—technieken die geen student twee weken na het examen nog onthoudt) is de hier gevolgde methode uit de bus gekomen (voor existentieel gekwantificeerde formules wordt een instantie als hypothese ingevoerd).

Bij de keuze van de primitieve regels werd geopteerd voor één introductieregel en één eliminatieregel per logische term. Zij bevatten alleen de term zelf en eventueel implicaties. Er zijn twee redenen waarom de materiële implicatie als het meest belangrijk teken werd gekozen. Ten eerste is zij naar mijn mening en ondanks de argumenten van een aantal relevante logici wel degelijk een implicatie, zij het geen natuurlijke. Ten tweede vergemakkelijkt dit de overgang naar intuïtionistische en paraconsistente logica's. Wel werden expliciet paradoxale regels vermeden.

Bij de keuze van de afgeleide regels heb ik een stel regels gezocht die niet expliciet paradoxaal zijn en een bewijsheuristisch toelaten die tegelijk eenvoudig is en algoritmisch (tot een bewijs leidt als er een is, behalve uiteraard voor de volledige predikatenlogica). Door natuurlijk lijkende regels

voor **PC** te geven en daarna de oorzaken van de paradoxale eigenschappen bloot te leggen, krijgt de lezer een inzicht dat andere logica's toegankelijker maakt. Het invoeren van afgeleide regels is overigens een kwestie van afwegen: genoeg om bewijzen gemakkelijk te maken, maar zo weinig dat men ze nog gemakkelijk onthoudt. De zogenaamde equivalentieregel behandel ik wel, maar weerhoud ik niet in de bewijsmethode. De beperkingen die erop moeten worden ingevoerd in relevante en paraconsistente logica's, zijn zo ingewikkeld dat het sop de kool niet waard is.

Als beslissingsmethode gebruik ik overal tableaux. Waarheidstafels vermeld ik wel, maar ik heb er iets tegen—in lessen voor eerstejaars laat ik ze dan ook wegvallen. Ten eerste zijn ze buiten twee- en meerwaardige logica's nauwelijks bruikbaar. Ten tweede blijken teveel mensen waarheidstafels zonder enig inzicht toe te passen. Met de computerprogramma's kan men het schrijfwerk dat tableaux vergen, overigens vermijden.

Een laatste opmerking betreft de stijl. Wijdlopendheid en schoonschrijverij heb ik vermeden. Mijn bedoeling was niet elegantie, maar een directe, 'economische' tekst die de lezer toelaat zonder omwegen te snappen wat wordt uiteengezet. Ik schrijf ook systematisch "vals" waar in Nederland "onwaar" gebruikelijk is.

* * *

De eerste aantekeningen voor dit boek dateren van 1973. Gaandeweg is daaruit de nu voorliggende tekst gegroeid. Ik dank veel aan opmerkingen van studenten en zal ook de lezer, beginneling of collega, erg dankbaar zijn voor terechtwijzingen en suggesties.

Voorwoord bij de herziene uitgaven

Enkele jaren geleden kwam ik er erg van onder de indruk dat veel eerstejaarsstudenten niet wijs geraken uit de logische structuur van Nederlandse zinnen. De lage slaagpercentages aan de universiteit wijt ik in hoge mate daaraan. Aangezien de studie van formele logica hieraan snel kan verhelpen, heb ik mij ook dit tot een heilige zaak gemaakt. Daarom werd meer aandacht besteed aan de relatie tussen Nederlandse zinnen en de behandelde formele systemen. Daarom ook werden in het bijgaand computerprogramma heel wat nieuwsoortige oefeningen op een zo aantrekkelijk mogelijke wijze ingelast. Toch durf ik te hopen dat ons onderwijssysteem wat vroeger aandacht zou besteden aan deze vaardigheid. Wie de taal niet beheerst is onmondig en ook mensen die niet aan de universiteit studeren hebben recht op mondigheid.

Hoofdstuk 1

Redeneren en argumenteren

1.1 Kennismaking en inleidende gegevens

1.1.1 Algemene omschrijving en motivering

In zeer algemene zin kunnen we de logica¹ omschrijven als de discipline die zich bezighoudt met de studie van het correct denken. Erg verhelderend is deze omschrijving niet en ze geeft slechts een vage omlijning van ons gebied. Zoals voor de meeste disciplines geldt ook hier dat men slechts begrijpt wat logica is, als men haar in een bepaalde mate heeft gestudeerd.

Het materiaal dat ik in dit boek behandel, heb ik uiteraard drastisch moeten selecteren. Ik heb er de voorkeur aan gegeven op enkele onderdelen wat grondiger in te gaan, eerder dan een vaag en theoretisch overzicht van de gehele discipline te geven. Bij deze selectie heb ik me laten leiden door de huidige stand van het onderzoek. Dit boek bevat niet alleen ‘traditioneel’ handboekmateriaal, maar ook gegevens die teruggaan op recent onderzoek. Daarnaast heb ik rekening gehouden met de moeilijkheidsgraad van de stof en met wat, naar mijn mening, de dringendste behoeften zijn. In dit verband kan ik zes doeleinden vermelden.

Doel 1: de lezer leren de betekenis van zinnen bewust te vatten. Hoewel de meeste mensen overtuigd zijn te begrijpen wat zichzelf of anderen beweren, zijn ze dikwijls niet in staat de betekenis van zelfs vrij eenvoudige zinnen in elementen af te breken of met de betekenis van andere zinnen in verband te brengen.² Met het oog op dit doel zullen zinnen uit de natuurlijke taal worden uitgedrukt in formele talen. Zoals verder zal blijken, vereist deze

¹Met termen als “logica” en “fysica” kan men zowel een verzameling theorieën aanduiden als de discipline die ermee samenhangt. Wie bijvoorbeeld fysica studeert, wordt niet alleen vertrouwd gemaakt met theorieën, maar leert ook proeven doen, instrumenten hanteren, en dergelijke.

²Als je hieraan twijfelt, maak dan wat computeroefeningen over eenvoudige predikatieve vormen in het Nederlands uit Module 6. Wie geen predikatenlogica kent, loopt al snel verloren.

omzetting een grondige analyse en is de vertrouwdheid met de formele taal hierbij een belangrijk hulpmiddel. Slechts betrekkelijk arme formele talen kunnen aan bod komen, wat uiteraard een beperking vormt. Het fragment van de natuurlijke taal dat ermee kan worden behandeld, is echter op zich belangrijk, en het bewerken van dit fragment stimuleert een ‘taalgevoel’ voor de andere fragmenten.

Doel 2: de lezer de implicaties van zinnen leren vatten. Dit hangt samen met het voorgaande, maar verdient een aparte vermelding. Als je zegt dat Jan de kleinzoon is van Els, dan hoef je daar niet bij te zeggen dat Els een zoon of dochter heeft of had. Dat volgt namelijk uit wat je zei. Dit fenomeen is uiterst belangrijk om door te hebben wat menselijke communicatie is; en je moet die implicaties zien om zinnig aan communicatie deel te nemen. De meegedeelde informatie omvat namelijk niet alleen de letterlijke betekenis van de uitgesproken zinnen, maar alles wat eruit volgt. Merk op dat theorieën uitdrukkelijk op dit mechanisme gebouwd zijn. Een theorie omvat een oneindig aantal beweringen, die echter worden weergegeven door een beperkt aantal, waaruit al de andere volgen. Precies hetzelfde geldt voor wetteksten en reglementen.

Doel 3: de lezer vertrouwd maken met de kunst van het redeneren. Deze vaardigheid veronderstelt dat men correcte redeneringen en redeneervormen kan onderscheiden van incorrecte. Een tweede aspect, dat traditioneel sterk verwaarloosd werd, is echter even belangrijk. Redeneren is een doelgericht proces: men wil vanuit de gegevens een bepaald resultaat bereiken. Kunnen redeneren houdt dan ook in: (i) weten welke denkstappen op een bepaald ogenblik kunnen worden gezet en (ii) kunnen beoordelen welke van deze denkstappen aangewezen zijn met het oog op het te bereiken doel.

Denk vooral niet dat iedereen dit wel kan. Pas honderd jaar geleden ontwikkelde Gottlob Frege een theorie over wat een wiskundig bewijs is. Sindsdien is de wiskunde er drastisch op vooruit gegaan. Buiten de wiskunde is de toestand echter nog altijd weinig rooskleurig. Dit komt onder meer omdat taal in onze maatschappij vooral wordt gebruikt om anderen in hun denken en handelen te beïnvloeden, ten dele ook om informatie door te geven, maar zelden om iets aan te tonen.³ In dit verband heeft de logica een belangrijke kritische en ontluisterende functie, waarop ik later nog terugkom. Met het oog op dit doel zal bijzondere aandacht worden besteed aan (zij het alleen deductieve) inferentiesystemen en aan de zoekstrategieën voor het afleiden van een besluit uit een aantal gegevens. Terloops, het pedagogisch en systematisch belang van zoekstrategieën heeft men pas recent ingezien.

Dat redeneren grotendeels onbewust verloopt, vormt overigens geen bezwaar tegen het bewust oefenen ervan. Door dit laatste te doen kan men

³Het kan ironisch klinken, maar men moet op zijn hoede zijn voor wat wordt aangediend als redenering. Als iemand (een politicus, een advocaat, . . . , een caféfilosoof) beweert iets aan te tonen, dan hoopt die meestal de toehoorders met een drogargument te vangen.

zijn onbewuste praktijk namelijk verbeteren, net zoals bijvoorbeeld bij autorijden.

Doel 4: de lezer vertrouwd maken met zeer strikte vormen van redeneren. Hoewel dit doel afleidbaar is uit de vorige, is het belangrijk genoeg om apart te worden vermeld. We leven in een periode waarin onder meer het opslaan en verwerken van informatie, het uitvoeren van zowel eenvoudige als ingewikkelde berekeningen, en het sturen en controleren van allerhande technologische processen, wordt overgenomen door computers. Alleen wie bepaalde problemen zo kan uitdrukken, dat ze vertaalbaar zijn in een zeer strikte taal, is in staat de voordelen te benutten die computers ongetwijfeld bieden, en zich te wapenen tegen de gevaren ervan.

Doel 5: de lezer leren omgaan met een zekere graad van abstractie. In tegenstelling tot wat men zou kunnen denken, is de eerste bedoeling hierbij niet het bevorderen van abstract taalgebruik, maar wel het vermijden ervan. Verder is het de bedoeling dat de lezer een goed inzicht zou krijgen in het verband tussen abstracta en concreta. De structuur van het Nederlands (en van andere natuurlijke talen) dwingt ons om beweringen over concrete dingen, gebeurtenissen en processen in abstracte termen uit te drukken. Het vergt heel wat oefening en inzicht om de precieze betekenis van dergelijke zinnen te vatten. Een aantal abstracta worden in dit boek stap voor stap ingevoerd; hun specifieke eigenschappen worden, waar nodig, duidelijk gemaakt.

Doel 6: de lezer vertrouwd maken met formele technieken die in de recente menswetenschappelijke literatuur worden gehanteerd. Hoewel niet elk student zich voorbereidt op wetenschappelijk onderzoek, mag men verwachten dat elk universitair gevormde in staat is om de relevante vakliteratuur te begrijpen. Ook in dit verband dringt een selectie van formele technieken zich op. Ik zal deze zo proberen te maken, dat niet behandelde formele technieken zo toegankelijk mogelijk zijn.

Daarnaast heeft dit boek ook een algemener doel. Wie zich logische analyse en redenering heeft eigen gemaakt, zal veel meer oog hebben dan anderen voor de *verantwoording* van zijn of haar opvattingen. Teveel mensen hebben overtuigingen zonder dat ze zich daar ooit vragen bij stellen. Teveel mensen laten zich overreden om opvattingen te aanvaarden zonder zich af te vragen wat hun waarde is. In een periode waarin para-wetenschappen, goeroe-nalopen en andere vormen van irrationalisme opgeld maken en waarin de platste vormen van racisme en onverdraagzaamheid weer de kop opsteken, is elke bijdrage welkom. (Terloops, ik heb geen enkel principieel bezwaar tegen para-wetenschappen; ze zijn onverantwoord om feitelijke redenen.)

Al deze doelen slaan op de functie van dit boek als *praktische* inleiding. Daarnaast zijn er vragen over het statuut en de draagwijdte van de logica; ze belangen iedereen aan die niet alleen proper wil kunnen denken, maar die ook wil inzien wat de kracht en zwakte is van onze denkinstrumenten. Ik zal me in dit verband niet op de vlakke houden, maar stellingen innemen. Te

veel filosofen (en anderen) discussiëren daarover mee zonder grondig inzicht in de metatheorie, met nogal wat lulkoek als gevolg.

Oefeningen. (a) Leg een verzameling voorbeelden aan van redeneringen (met bronvermelding) uit kranten, boeken, ... en tracht uit te maken of ze correct zijn. (b) Beschouw Nederlandse zinnen waarin abstracta voorkomen; herformuleer ze zo dat duidelijk blijkt over welke objecten, gebeurtenissen, processen, ... ze iets zeggen. (c) Waarover handelt de wiskunde? Bestaan die dingen? Wat leren we als we wiskunde (rekenkunde, meetkunde, algebra, ...) studeren? Wat kunnen we met deze kennis en vaardigheden aanvangen? Bekijk dit alles eens opnieuw als we een paar hoofdstukken verder zijn.

1.1.2 Enkele belangrijke onderscheiden

Het valt onmiddellijk op dat (2) iets zegt over bepaalde dieren, terwijl (1) iets zegt over twee Nederlandse *woorden*. Zo hoef je de betekenis van die twee woorden niet te kennen om te zien dat (1) waar is.

- (1) Ratten rijmt op katten.
- (2) Ratten zijn zoogdieren.

Sinds een beroemd en belangrijk artikel van Alfred Tarski hebben logici de gewoonte aangenomen om, wanneer ze naar een woord willen verwijzen, dit woord tussen aanhalingstekens te plaatsen. Het woord met de aanhalingstekens er rond is een *naam* voor het woord, net zoals sommige woorden namen zijn voor dingen in de werkelijkheid. Ik zal in dit verband dubbele aanhalingstekens gebruiken, en (1) dus in het vervolg schrijven als:

- (3) “Ratten” rijmt op “katten”.

Ik zal hetzelfde doen voor zinsdelen en zinnen zoals in (5).

- (4) Alle filosofen zijn verstandig.
- (5) “Alle filosofen zijn verstandig” bevat vier woorden.

Dat (5), een zin die iets beweert over een andere Nederlandse zin, waar is, heeft niets te maken met het feit dat (4) helaas vals is. Later kom ik nog terug op dit onderscheid en op enkele problemen die ermee samenhangen.

Mijn belofte in verband met dubbele aanhalingstekens zal ik in dit boek niet altijd nakomen; waar duidelijk is wat bedoeld wordt, laat ik ze meestal weg.

Het hierboven gemaakt onderscheid is niet het enige dat we in rekening hoeven te brengen. Een woord (een zin, enz.) is een onderdeel van een taalsysteem. Maar als we tikken (schrijven, spreken) kunnen we dit woord op verschillende manieren weergeven:

rat rat rat rat RAT ...

Zelfs als we hetzelfde lettertype gebruiken zullen de *inscripties* van elkaar verschillen, onder meer wat hun plaats betreft. Merk overigens op dat je de inktvlekken op dit papier wegens hun *vorm* interpreteert als inscripties.

Elk woord uit een natuurlijke taal kan in zeer verschillende betekenissen worden gebruikt—zie ook afdeling 1.3.4. Om die verschillende betekenissen in rekening te brengen zeggen filosofen soms dat aan een woord verschillende *begrippen* of concepten beantwoorden. Zoals we later zullen zien ligt de hele zaak nog ingewikkelder als het om zinnen gaat.

Lezers hebben het recht de specifieke opvattingen van een auteur te kennen, opdat ze die niet als algemeen aanvaard zouden beschouwen. Nu zal ik er niet in slagen elke verwarring in dit verband uit te schakelen,⁴ maar wat abstracta betreft vermeld ik expliciet mijn mening, onder meer omdat het punt voor verschillende delen van dit boek van belang is. Naar mijn overtuiging bestaan abstracta niet. Er zijn woorden die naar abstracta lijken te verwijzen, maar alles waaruit de wereld is samengesteld, is concreet⁵. Met woorden als “stoel” of “rood” duiden we, grotendeels op basis van conventies, concrete objecten aan, maar de abstracta waarnaar die woorden lijken te verwijzen, De Stoel en De Roodheid, bestaan niet. Dit houdt ook in dat er geen betekenissen bestaan los van enerzijds de concrete entiteiten waar woorden en zinnen naar verwijzen en anderzijds de concrete bewustzijnsinhouden van taalgebruikers, hun neuronestructuren, en dergelijke. Wanneer ik zeg dat twee zinnen dezelfde betekenis hebben, dan bedoel ik dus niet dat er ergens een entiteit bestaat die de betekenis van elk van beide is, maar wel, dat een persoon die deze zinnen gebruikt, er hetzelfde mee bedoelt. Ik geef echter meteen toe dat het alles behalve eenvoudig is een algemeen criterium te vinden om concreta van abstracta te scheiden. De eerste grote aanval op het bestaan van abstracta kwam er pas in de veertiende eeuw met de nominalisten—hun tegenstanders werden “realisten” en later platonisten genoemd—negentien eeuwen na het ontstaan van de westerse filosofie. Het platonisme steekt echter nog regelmatig de kop op.

Oefeningen. (a) Zoek voor elk hierboven vermeld onderscheid een stuk tekst waarin het van belang is. (b) Schrijf je naam op een blad papier, schrijf daaronder de naam van je naam, en daaronder de naam daarvan.

Computeroefeningen. Module 2: Namen.

⁴Wat mijn opvattingen over kennis en rationaliteit betreft kan ik de lezer verwijzen naar mijn *Menselijke kennis. Pleidooi voor een bruikbare rationaliteit*. Garant, Leuven-Apeldoorn, 1992.

⁵Wat concreet is, hoeft niet noodzakelijk waarneembaar of zelfs materieel te zijn; het gaat wel steeds om een individueel object, dat eventueel uit andere objecten kan zijn samengesteld.

1.1.3 Taal en metataal

In een natuurlijke taal kan men spreken over deze taal zelf. Dit leidt tot paradoxen, zoals blijkt uit de volgende voorbeelden (waarin ik ervan uitga dat “vals” hetzelfde betekent als “niet waar”).

(6) De zin die op deze bladzijde voorkomt na “(6)” is vals.

Uit de veronderstelling dat zin (6) waar is, volgt (omwille van zijn betekenis) dat hij vals is; uit de veronderstelling dat hij vals is volgt dat hij waar is. Zoals we later zullen zien, komt dit erop neer dat (6) zowel waar als vals is, en meer bepaald zowel logisch waar als logisch vals. Ter vergelijking: “Als het regent, dan regent het” is een logisch ware zin, en “Het regent en regent niet” is een logisch valse zin. Dat (6) zowel logisch waar als logisch vals is, is een paradox in de strikte zin, een contradictie. Het Nederlands en andere natuurlijke talen bevatten dus logisch ware contradicties. Maak een analoge redenering voor (7) en (8).

(7) De volgende zin is waar.

(8) De voorgaande zin is vals.

Tarski’s oplossing voor dit probleem bestaat erin een formele taal en een formele metataal in te voeren. Deze zijn zo bepaald dat je in de formele taal over de werkelijkheid of, algemeen, over een bepaald domein kan spreken, maar niet over die taal zelf. In de formele metataal kan je spreken over het domein, de formele taal en hun relatie, maar niet over de metataal. Verder kan men ook een formele meta-metataal invoeren, en zo verder, steeds met dezelfde conventies. In tegenstelling tot wat voor natuurlijke talen geldt, laten deze formele talen geen zelfverwijzing toe. Een zin als (6) kan noch in de formele taal noch in de formele metataal, noch in een hogere formele metataal voorkomen; het is geen zin van een van deze talen, zodat de paradox zich niet voordoet.

Oefening. Toon aan dat ook de paradox die door (7) en (8) wordt gevormd, zich door deze constructie niet voordoet.

In de formele talen en taalschema’s die we in de volgende hoofdstukken zullen bestuderen, kunnen we niet over die talen en taalschema’s zelf spreken; bovenstaande paradoxen worden er dus in vermeden. Het gebruik van een formele metataal zou echter van de lezer een zeer zware inspanning vergen en weinig inzicht opleveren. Vandaar dat ik (lichtjes verrijkt) Nederlands als metataal zal hanteren. In deze metataal kunnen we paradoxen niet vermijden, maar wel in de formele taalschema’s.

Terloops merk ik nu al op dat niet iedereen even gelukkig is met Tarski’s oplossing voor de vermelde paradoxen. Ze werkt namelijk per definitie niet voor de natuurlijke talen die we voortdurend hanteren. Dit was een van de motieven om paraconsistenten logica’s te ontwerpen—zie afdeling 4.4.

Computeroefeningen. Voor deze (en veel hierna volgende) afdelingen zijn er waar-vals vragen in Module 2 van het programma. Ze helpen je na te gaan of je de tekst doorhebt. Deze oefeningen zijn louter testen en leren je verder niets.

1.2 Argumenten herkennen

1.2.1 Redeneringen en argumenten

Redeneren is een activiteit. Het resultaat ervan is een reeks van beweringen die tot een bepaald besluit leiden. Dat resultaat noemen we een redenering. Het belang van redeneren kwam (en komt nog) elders aan bod.

Wanneer een redenering geen nutteloze stappen bevat, dan staat elke bewering A van de redenering in een logisch verband met andere beweringen ervan. A vormt (een onderdeel van) een argument voor een andere bewering, of andere beweringen vormen een argument voor A . Beweringen die in een redenering voorkomen, maar waarvoor in die redenering geen argumenten worden gegeven, noemen we *premissen* van de redenering. Wanneer ze niet overbodig zijn, fungeren ze als argumenten voor andere beweringen in de redenering.

Met een *argument* voor A bedoelen we hier een of meer beweringen die A ondersteunen, met andere woorden, die een reden vormen om A te aanvaarden. Optimale ondersteuning wordt geboden door een correcte deductieve inferentie. In dat geval kan het niet anders dan dat, *als* de argumenten voor A waar zijn, A ook waar is—zie afdeling 1.3.1. Dikwijls moeten we het echter stellen met zwakkere argumenten, met andere woorden met argumenten die hun conclusie minder sterk ondersteunen dan dit bij een correcte deductieve inferentie het geval is.

De vraag of A een argument vormt voor B staat los van de vraag of A zelf aanvaardbaar is. Met andere woorden, men moet een onderscheid maken tussen de vraag of A meer of minder sterk B ondersteunt en de vraag of A zelf geloofwaardig is. Dit onderscheid is belangrijk omdat het ons toelaat te beoordelen of mensen die onze mening niet delen, al dan niet rationeel zijn. Rationele mensen hebben redenen voor hun opvattingen, maar niet alle redelijke mensen hebben dezelfde opvattingen. Door discussie kunnen rationele mensen hun opvattingen verbeteren. Een discussie stelt hen namelijk in staat hun eigen redenen kritisch te bekijken. Een discussie met irrationele mensen heeft geen zin. Zij hebben geen behoefte aan redenen voor hun opvattingen. Zij houden strak aan hun opvattingen vast en trachten anderen te *overreden* in plaats van te overtuigen.⁶

⁶Hier hoort echter een waarschuwing bij. Stel dat Els A gelooft en Clara A verwerpt. Wanneer, in een discussie, Els goede argumenten voor haar standpunt kan aandragen terwijl Clara dat niet kan (of slechts zwakkere argumenten heeft). Wanneer Clara toch bij haar standpunt blijft, hoeft ze daarom niet meteen irrationeel te zijn. Misschien wil ze

In verband met discussie spreekt men dikwijls van argumenten voor en tegen een bepaalde stelling—men gebruikt meestal de Latijnse voorzetsels *pro* en *contra*. Argumenten *pro* ondersteunen de stelling, argumenten *contra* ondermijnen ze. Argumenten *pro* en *contra* komen ook voor buiten discussies. Een rationeel persoon (of groep) die een beslissing moet nemen, zal de argumenten voor en tegen de verschillende *alternatieven* tegen elkaar afwegen.⁷

Het is erg belangrijk om argumenten te leren herkennen. Men kan dit onder meer leren door betogende teksten—teksten waarin voor een stelling wordt geargumenteed—te leren analyseren. Deze afdeling is bedoeld om u daarbij te helpen.

1.2.2 Argumenten voor argumenten

De volgende redenering bevat argumenten voor beweringen die op hun beurt argumenten zijn voor andere beweringen:

- (1) Het blijkt dat veel mensen niet in staat zijn op een correcte wijze besluiten te trekken.
- (2) Nochtans is het uitermate belangrijk dat wel te kunnen.
- (3) Men moet deze vaardigheid niet alleen beheersen om correct te redeneren.
- (4) Men heeft ze ook nodig om een tekst (of uiteenzetting) te begrijpen.
- (5) Wie een tekst leest, en niet weet wat er uit deze tekst volgt, begrijpt hem immers niet.
- (6) In het vak Logica leert men correcte besluiten te trekken.
- (7) Daarom zou iedereen het vak Logica moeten krijgen.

Eenvoudigheidshalve zijn alle beweringen genummerd. Tracht zelf uit te zoeken welke beweringen argumenten vormen voor andere beweringen. Ga ook na wat de premissen van de redenering zijn. In deze redenering is er een enkel besluit (of conclusie). Het is de bewering waarvoor er argumenten worden gegeven, maar die zelf geen argument is voor andere beweringen uit de redenering. Ga na wat het besluit is van de redenering.

Om de vragen goed te beantwoorden is het nuttig de beweringen zo te vormen dat ze op zichzelf betekenis hebben. (2) wordt dan “Het is uitermate belangrijk op een correcte wijze besluiten te kunnen trekken.” en (3) wordt “Men moet op een correcte wijze besluiten kunnen trekken om correct te redeneren.” Het antwoord op de vragen staat in afdeling 1.2.7.

er nog eens rustig nadenken of ze toch geen argumenten heeft. Clara is alleen irrationeel wanneer ze aan haar standpunt vasthoudt zonder na te denken over de redenen die ze ervoor heeft.

⁷Een dikwijls gemaakte fout is dat men zich blind staart op een enkel alternatief. Stel dat Jan wil uitmaken of hij vanavond naar een bepaalde fuif gaat. Als hij alleen nadenkt over het voor en tegen van die fuif, dan is de kans groot dat hij vergeet de voordelen van de alternatieven (blokken, naar de film gaan, naar een andere fuif gaan, een wandeling maken, ...) niet in rekening brengt.

1.2.3 Verklaringen, oorzaken, en implicaties

In de volgende tekst vormen de tweede en derde bewering een argument voor de eerste, met andere woorden ze vormen redenen om de eerste bewering te aanvaarden.

Jan is een racist. Hij gaat erg joviaal om met al zijn zogenaamd blanke burens, maar burens van vreemde afkomst groet hij zelfs niet. En als er wat gestolen of vernield is, gaat hij er steeds van uit dat het ‘weer een van die vreemdelingen’ is geweest.

In de volgende twee tekstjes vormt de tweede bewering *geen argument* voor de eerste.

De boom op het pleintje is omgewaaid. Een aantal wortels van de boom werden doorgesneden toen de riolering werd vernieuwd.

Jan heeft voor extreem rechts gestemd. Hij heeft racistische opvattingen.

De tweede bewering vormt in deze gevallen geen reden om de eerste te aanvaarden. Het doorhakken van de wortels is een *oorzaak* voor het omwaaien van de boom. Merk op dat het niet de enige oorzaak is. Aangezien de boom is omgewaaid, zal er ook wel een wat ongebruikelijk sterke wind hebben gestaan. In beide gevallen geeft de tweede bewering ook een *verklaring* voor de eerste. Waarom is de boom omgewaaid? Omdat er wortels werden doorgesneden. Waarom heeft Jan voor extreem rechts gestemd? Omdat hij racistische opvattingen heeft.

Het zou ons te ver leiden hier een typologie te geven van allerlei verbanden die niet van argumentatieve aard zijn. Soms overlappen die bovendien. Het aangeven van een oorzaak vormt dikwijls een verklaring (zoals in het geval van de omgewaaide boom). Bovendien vormen verklaringen soms ook argumenten. Stel dat een kind in mei braambessen wil gaan plukken, en dat een volwassene zegt:

Je zal geen braambessen vinden. Die zijn pas rijp in augustus.

Dat de braambessen pas in augustus rijp zijn verklaart waarom er in mei geen te vinden zijn. Maar het vormt ook een argument: als het kind aanneemt dat de bessen pas in augustus rijp zijn, dan zal het aanvaarden dat er in mei geen te vinden zijn.

1.2.4 Argumenten in teksten

Wanneer we de argumenten in een tekst opzoeken, dan komt het erop aan na te gaan wat in de tekst als argument wordt *voorgesteld* of *bedoeld*. Later kunnen we beoordelen of het om een goed argument gaat (en eventueel of

de auteur een goed argument heeft overzien).

Het begrijpen van een tekst vereist niet alleen dat men de zinnen ervan begrijpt. Het vereist bovendien dat men ziet welke verbanden tussen de zinnen door de auteur van de tekst bedoeld zijn. Hetzelfde geldt uiteraard voor gesproken teksten zoals die voorkomen in redevoeringen, pleidooien, discussies en losse gesprekken. Hierbij kunnen zich een aantal moeilijkheden voordoen, waarop ik verder inga in afdeling 1.3.4. Terloops, soms zijn er typische voegwoorden die wijzen op argumenten en besluiten (zie 1.2.6). In andere gevallen worden zinnen zonder dergelijke voegwoorden na elkaar geplaatst. Er wordt dan verondersteld dat de lezer die verbanden zelf wel ziet. In het bestand dat u nu leest, zijn er voorbeelden van beide constructies.

De vraag die men zich moet stellen bij het opsporen van argumenten in teksten is niet of men een bewering kan zien als een argument voor een andere bewering, maar wel of de auteur (of de spreker) dit zo bedoelt. Men zal dit beter kunnen beoordelen naarmate men meer weet over de auteur en over de lezers waarvoor de tekst werd geschreven. Wat komen die lezers hier doen? In veel gevallen weten de lezers (of toehoorders) weinig of niets over de auteur, en de auteur weet dit ook. Als de auteur wil begrepen worden, dan zal hij of zij bij het opstellen van de tekst rekening houden met de manier waarop de lezers de tekst wellicht zullen interpreteren. Weten voor welk publiek de tekst is geschreven, kan dus nuttig zijn om hem goed te interpreteren. Wanneer de tekst bijvoorbeeld afkomstig is uit een blad van een politieke partij, dan is het belangrijk te weten om welke partij het gaat. Een zelfde zin zal, afhankelijk van het blad waarin hij verscheen, als bloedige ernst, als ironisch, of als een sarcastische grap moeten worden opgevat.

Een bijzondere moeilijkheid vloeit daaruit voort dat bepaalde auteurs (soms met opzet) de structuur van hun argumenten verdoezelen. Dit gebeurt onder meer omdat men geen argumenten heeft, de argumenten die men heeft op een deel van de lezers een averechts effect zouden hebben, of omdat de auteur bang is dat de lezer zou zien hoe zwak de argumenten wel zijn.

Persoonlijke propaganda ter gelegenheid van (onder meer) gemeenteraadsverkiezingen, levert hiervan voorbeelden bij de vleet. Die propaganda is erop gericht de lezer te doen stemmen voor een bepaald persoon. Voor wie men stemt heeft gevolgen voor het lokale bestuur van de volgende zes jaar. Het is dus belangrijk dat men de juiste beslissing neemt. Om uit te maken wat de juiste beslissing is, heeft men argumenten nodig. Enige studie van deze verkiezingspropaganda leert echter snel dat de foto dikwijls het beste argument is wat erop staat—aangezien dit een publieke tekst is voeg ik hier haastig aan toe dat de laatste zin ironisch bedoeld is. Verdere voorbeelden vindt men in de meeste reclameboodschappen en in allerlei vormen van propaganda.

Er zijn verschillende middelen om de structuur van argumenten te verdoezelen. Ik geef slechts enkele voorbeelden. Een eerste middel is dat men de argumenten vervaagt. Men schrijft dus niet “wij zullen landbouwgrond

omzetten in industrieterrein” maar “wij zullen de werkgelegenheid in ons dorp bevorderen”. Nog beter is uiteraard: “wij zullen ons inzetten voor de toekomst van onze gemeente”. Het gebruik van slogans is in dit opzicht typisch. Een slogan geeft een richting aan, maar zegt niets precies. Er is dus een goede kans dat iedereen erin leest wat hij of zij graag wil horen.

Een tweede middel is dat men *de indruk wekt* dat er argumenten staan, zonder dat echt uitdrukkelijk te zeggen. In verkiezingspropaganda vermeldt men “12 jaar gemeenteraadslid” (maar zegt niet wat men in al die jaren heeft gerealiseerd). Of men vermeldt, terwijl men opkomt voor een lijst Gemeentebelangen, “uittredend provincieraadslid” (maar zegt niet voor welke partij). Dikwijls versterkt men de indruk dat er argumenten zijn door de juiste *woorden* te gebruiken. Bij verkiezingspropaganda zijn dat bijvoorbeeld: “zich inzetten”, “de toekomst”, en de naam van de gemeente. De brave burger zegt wellicht “dat ziet er niet slecht uit” maar krijgt geen argumenten.

Men moet de bovenstaande voorbeelden niet lezen als een aanklacht tegen (lokale) politici. Als de kiezers negatief zouden reageren op dergelijke verkiezingspropaganda, zouden politici dat soort propaganda niet gebruiken.

1.2.5 Een argument volgens wie?

Bekijk de zin

- (8) Jan gelooft dat Spanjaarden brutaal zijn omdat zijn Spaanse buurman brutaal is.

en de volgende drie deelzinnen:

- (9) De Spaanse buurman van Jan is brutaal.
 (10) Jan gelooft dat alle Spanjaarden brutaal zijn.
 (11) Alle Spanjaarden zijn brutaal.

Volgens Van Dale leidt “omdat” in (8) een bijzin van reden in. Nochtans wordt in (8) *niet* gesteld dat (9) een argument voor (10) vormt. Er wordt alleen beweerd dat *Jan* (9) als een argument voor (11) aanziet. Terloops, (9) is vanzelfsprekend een slecht argument voor (11), zodat uit (8) meteen volgt dat Jan niet al te snugger is.

Als men (9) in (8) vervangt door (12),

- (12) Jan heeft in Spanje en elders honderden Spanjaarden ontmoet, die allen brutaal waren.

dan bevestigt de zo gewijzigde zin (8) dat Jan (12) ziet als een argument voor (11). Is het er een argument voor? Om drie redenen is (12), net als (9), een slecht argument voor (11). Ten eerste is brutaal zijn een cultuur-geladen eigenschap—wat voor brutaal wordt gehouden in de ene (sub)cultuur, geldt als normaal in de andere (en omgekeerd). Ten tweede, heb ook ik honder-

den Spanjaarden ontmoet en de meesten waren helemaal niet brutaal. Ten derde, is zowat elke uitspraak van het slag van (11)—een uitspraak over alle mensen die tot een bepaalde groep behoren—een overtrokken veralgemeening (die bovendien teruggaat op bijzonder dubieuze entiteiten zoals ‘volk’, ‘volksaard’, en dergelijke).

Afhankelijk van wat men verder over Jan weet, zou men (12) wel als een argument voor (10) kunnen zien. Heel wat mensen veralgemenen (ten onrechte) van (12) naar (11) en er is een kans dat Jan dit ook doet. Maar nogmaals: in de gewijzigde zin (8) wordt niet gesteld dat (12) een argument vormt voor (10) of voor (11), maar dat *Jan* (12) als een argument voor (11) aanziet.

Wat men uit deze afdeling moet onthouden is dat men een duidelijk onderscheid moet maken tussen twee dingen:

- (i) dat *A* in een tekst wordt voorgesteld als argument voor *B*, en
- (ii) dat in een tekst wordt gesteld dat iemand *A* aanziet als argument voor *B*.

Uit (ii) volgt in geen geval dat de auteur van de tekst *A* voorstelt als een argument voor *B*.

1.2.6 Woorden die op argumenten wijzen

Een aantal woorden wijzen erop dat een zin een argument of een besluit vormt. De moeilijkheid hierbij is dat de meeste van die woorden ook andere functies kunnen hebben, en dat dikwijls geen enkel dergelijk woord voorkomt. De woorden in vetjes in de volgende voorbeelden wijzen (bijna steeds) op een besluit:

- (13) Ik denk, **dus** ik ben. (Descartes)
- (14) Alle mensen zijn sterfelijk. **Hieruit volgt** dat ook ik sterfelijk ben.
- (15) Jan heeft een 18 behaald. **Bijgevolg** is hij geslaagd.

Let erop dat “dus” ook een bijwoord kan zijn: “Het dus gewijzigde ontwerp werd aanvaard.”

In het volgende voorbeeld wijst de eerste uitdrukking in vetjes op een argument, de tweede op een besluit:

- (16) **Uit het feit dat** Jan gisteren in het buitenland was, **kunnen we besluiten dat** hij de moord niet heeft gepleegd.

Hierna volgen enkele paren van voorbeelden waarin de woorden in vetjes in het eerste geval op een argument of besluit wijzen, maar dat *niet* doen in het tweede geval.

- (17) **Aangezien** elk mens recht heeft op onderwijs, moet de staat onderwijs verschaffen aan kinderen van asielzoekers.

Aangezien het vanmiddag wellicht zal regenen, heb ik mijn paraplu bij me.

- (18) Jan is niet op zijn kamer **want** er brandt geen licht.
Hij kan niet komen **want** hij is ziek.
- (19) Zalm bevat veel PCB's. **Omdat** PCB's gevaarlijk zijn voor de gezondheid, kan men beter niet te veel zalm eten.
Omdat het deze zomer zoveel heeft geregend, zijn de aardappelen van slechte kwaliteit.
- (20) Er zijn heel wat niet-Belgen die hier sinds jaren wonen, werken, hun kinderen opvoeden, en belasting betalen. **Bijgevolg** hebben ze minstens het recht vertegenwoordigd te zijn in de lokale besturen.
Ik wou niet meegaan. Zij moest **bijgevolg** zelf rijden.
- (21) De doodstraf is inhumain. **Daarom** moet ze worden afgeschaft.
Metalen voorwerpen zetten uit bij verwarming. **Daarom** is deze staaf nu langer dan tien minuten geleden.
- (22) Sigaretten roken is ongezond. Het inhaleren van de rook veroorzaakt **immers** zowel longkanker als hart- en vaatziekten.
Jan is gisteren niet naar de vergadering gekomen. Hij dacht **immers** dat ze pas volgende week plaats greep.

Men lette er ook op constructies met “aangezien” (en dergelijke) in geen geval te verwarren met *voorwaardelijke* zinnen. Vergelijk bijvoorbeeld:

- (23) Aangezien Jan een 4 behaalde voor Historische Kritiek, zal hij niet slagen.
- (24) Als Jan een 4 behaalde voor Historische Kritiek, zal hij niet slagen.

Zin (23) bevestigt dat Jan een 4 behaalde voor Historische Kritiek, en dat dit een argument vormt voor de bewering dat hij niet zal slagen. In zin (24) wordt *niet* bevestigd dat Jan een 4 behaalde voor Historische Kritiek. Er is in zin (24) dan ook geen sprake van een argument of een besluit, maar alleen van een implicatie.

1.2.7 Antwoord op de vragen uit 1.2.2

De premissen zijn (1), (3), (5) en (6). De conclusie is (7). (5) is een argument voor (4). (3) en (4) zijn argumenten voor (2). (1), (2) en (6) zijn argumenten voor (7).

Computeroefeningen. Maak alle oefeningen over argumenten uit Module 2. Maak in die module ook reeds oefeningen over inferenties: correct/niet correct en syllogismen: correct/niet-correct.

1.3 Eerste inperking van ons studieobject

1.3.1 Redeneren—inferentie—deductieve inferentie

Er is een grote verscheidenheid aan denksoorten en -vormen, en over de meeste hiervan hebben we pas sinds kort min of meer betrouwbare theorieën of hebben we er nog geen. Door recent onderzoek uit de artificiële intelligentie weten we iets over de zoekstrategieën die bij probleemoplossingen worden gebruikt. Recent onderzoek in de wetenschapsfilosofie verschaftte een aantal inzichten over het ‘ontdekken’ van wetenschappelijke theorieën, terwijl we nog weinig weten over creatieve processen in artistieke contexten (echter wel genoeg om grote vraagtekens te plaatsen bij de romantische opvatting dat mensen zouden beschikken over een zogenaamde intuïtie, een soort zesde zintuig, of dat er zoiets zou bestaan als een niet aan regels onderworpen menselijke creativiteit).

Een soort denken waarover we sinds lang uitgewerkte theorieën hebben (namelijk minstens sinds Aristoteles) is het redeneren.⁸ Deze theorieën omvatten lang niet alle vormen van redeneren en onze opvattingen over hun statuut zijn (vooral recent) herhaaldelijk gewijzigd. Toch zijn sommige erg oude dergelijke theorieën, onder bepaalde voorwaarden en in een bepaalde interpretatie, ook nu nog bruikbaar. De redenen voor ons succes bij het bestuderen van deze specifieke denksoort, hebben te maken met de voorwaarden waaronder redeningen correct⁹ zijn. De correctheid van een redenering wordt (bij deductieve redeningen volledig) bepaald door de correctheid van de verschillende inferenties die erin voorkomen; anders gezegd, van de correctheid van de afzonderlijke stappen waarmee men uit gegeven zinnen (de premissen) tot een besluit (de conclusie) komt. De correctheid van inferenties zelf is vrij eenvoudig te beoordelen. Bekijken we eerst enkele voorbeelden, waarbij de premissen telkens boven de lijn staan en de conclusie eronder.

- (1) (1a) Jan is de schoonzoon van Els.
 (1b) Els heeft een dochter.
- (2) (2a) Alle kunstenaars zijn creatief.
 (2b) Sommige studenten zijn kunstenaars.
 (2c) Sommige studenten zijn creatief.

⁸Eenvoudigheidshalve gebruik ik “redeneren” steeds in de zin van “demonstratief redeneren”: aantonen dat iets volgt uit een aantal gegevens.

⁹Men heeft het soms over de geldigheid van redeningen. De term “geldig” heeft echter ook een technische betekenis in de semantiek.

- (3) (3a) Al maanden is er elke werkdag een opstopping op de ring.
 (3b) Morgen is het een werkdag.
-
- (3c) Morgen is er een opstopping op ring.

Of een inferentie correct is, hangt af van de *relatie tussen de betekenis van de premissen en de betekenis van de conclusie*. Dat sommige premissen of zelfs de conclusie vals zijn, doet niet terzake. Ook als niet alle kunstenaars creatief zijn, en ook als geen enkel student een kunstenaar is, blijft (2) een correcte inferentie; *uit* (2a) en (2b) samen *volgt* (2c).

Bij correcte *deductieve* inferenties is er echter wel een *verband* tussen de waarheid van de zinnen die erin voorkomen: als de premissen waar zijn, dan is ook de conclusie waar. Met andere woorden, *het is niet mogelijk dat de premissen waar zijn terwijl de conclusie vals is*. We zeggen dan ook dat de conclusie met logische *noodzakelijkheid* volgt uit de premissen. (1) en (2) zijn correcte deductieve inferenties; (3) is een correcte inferentie, maar is niet deductief correct. Inferenties als (3) noemt men soms *inductief*. Bij een correcte inductieve inferentie kunnen de premissen waar zijn, terwijl de conclusie toch vals is. Zo kan (3c) vals zijn, ook als de premissen van (3) waar zijn, bijvoorbeeld indien een groep vrachtwagenchauffeurs morgen de toegangswegen tot de stad blokkeert. Bij een correcte inductieve inferentie volgt de conclusie slechts met (een grote) *waarschijnlijkheid* uit de premissen. De rest van dit boek is volledig gewijd aan de studie van de deductieve logica, het deel van de logica dat zich alleen met deductieve inferenties inlaat.

Oefeningen. (a) Zoek voorbeelden van correcte inductieve inferenties. (b) Zoek voorbeelden van correcte deductieve inferenties voor elk van de volgende combinaties: (i) alle premissen waar, (ii) alle premissen vals en de conclusie waar, (iii) alle premissen vals en de conclusie vals, (iv) slechts sommige premissen waar en de conclusie waar, (v) slechts sommige premissen waar en de conclusie vals. (c) Zoek voorbeelden van denkvormen die geen redeneringen zijn. (d) Klasseer de vroeger verzamelde voorbeelden van redeneringen.

Computeroefeningen. Maak in Module 2 de oefeningen over correcte inferenties: deductief/niet-deductief.

1.3.2 Formele logica

Veronderstel even dat we in (2) het woord “studenten” op beide plaatsen door een vlek onleesbaar hadden gemaakt. We weten dat onder beide vlekken hetzelfde woord zit, maar we weten niet welk woord. Toch kunnen we nog altijd zien dat het om een deductief correcte inferentie gaat. Of er op de plaats van die vlek nu “studenten” stond, of “filosofen”, of “abrikozen”, of

een ander grammaticaal passend woord, de inferentie is telkens correct (de waarheid van de zinnen varieert vanzelfsprekend). Veronderstel nu verder dat we met een tweede soort vlek ook het woord “kunstenaar” onleesbaar maken, en met een derde soort vlek het woord “creatief”. Ook nu kunnen we nog steeds zien dat het om een correcte inferentie gaat. Welke (grammaticaal passende) woorden we ook voor de vlekken invullen, zodra we hetzelfde woord invullen voor hetzelfde soort vlek, bekomen we een correcte inferentie.

Wat er na het aanbrengen van de drie soorten vlekken van (2) overblijft, noemen we een *inferentieschema* of een inferentievorm. Inferenties die correct zijn omdat ze onder een correct schema vallen, omwille van hun vorm dus, noemen we *formeel correct* of correct om formele redenen. In de rest van dit boek zullen we ons beperken tot de *formele* deductieve logica; we zullen alleen deductieve inferenties bestuderen vanuit het oogpunt van de *vorm* van zinnen. De redenen voor deze beperking worden onmiddellijk duidelijk.

Vlekken zijn uiteraard onpraktisch om mee te werken. Ik zal ze dan ook vervangen door letters, die ik *schematische letters* zal noemen. De vorm van (2) zal er dan als volgt uit zien:

- (4) (4a) Alle P zijn Q .
 (4b) Sommige R zijn P .
 —————
 (4c) Sommige R zijn Q .

Verder moet men zich bij deze letters niets voorstellen: het zijn net vlekken, waarvoor je willekeurige woorden (of zinnen) van de grammaticaal juiste soort mag invullen.

De term “logische vorm” is intussen misschien wel intuïtief duidelijk, maar werd niet precies omschreven. Om dit te doen moeten we twee soorten termen onderscheiden. Termen als “filosoof”, “ongehuwd”, “een 11 behalen”, “massa”, “snelheid”, “groter dan”, enz. kunnen worden toegepast op objecten of koppels (of andere reeksen) van objecten in de werkelijkheid. We noemen ze dan ook *verwijzende termen*. Daarnaast zijn er termen die niet naar iets in de werkelijkheid verwijzen, zoals “en”, “niet”, “als ... dan ...”, “alle ... zijn ...”, “product”, “vierkantswortel”, enz. Deze worden niet-verwijzende termen of ook *logisch-mathematische termen* genoemd. In dit boek zullen we ons alleen bezig houden met termen die traditioneel logische termen worden genoemd.¹⁰ Nu kunnen we bepalen wat een logische vorm is: een uitdrukking of reeks uitdrukkingen (in geval van een inferentieschema) waarin naast schematische letters alleen logische termen voorkomen.

De correctheid van (2) heeft niets te maken met de betekenis van de verwijzende termen die erin voorkomen, maar alleen met het feit dat (2) de

¹⁰Er is geen principieel verschil met mathematische termen, behalve dat sommige logische termen meer fundamenteel zijn: in alle formeel correcte inferenties, wiskundige en andere, komen logische termen voor.

vorm (4) heeft; alle inferenties van deze vorm zijn immers correct. Daarentegen kunnen we de correctheid van (1) niet in verband brengen met haar vorm. Deze inferentie is correct omwille van de betekenis van de termen “schoonzoon” en “dochter” en niet om formele redenen.¹¹

Om te zien dat (2) formeel correct is, dienden we elk woord dat geen logische term is, te vervangen door een schematische letter. Het is echter niet altijd nodig even diep in de structuur van zinnen te graven, om te merken dat een inferentie formeel correct is. Om dit te illustreren bekijken we (5).

- (5) (5a) Als Jan een 11 heeft behaald, dan is hij geslaagd.
 (5b) Jan heeft een 11 behaald.

 (5c) Jan is geslaagd.

De reden waarom deze inferentie correct is, is dat ze de vorm heeft van het volgend inferentieschema:¹²

- (6) (6a) Als p , dan q
 (6b) p

 (6c) q

Oefening. Zoek waar mogelijk correcte schema’s voor de voorbeelden van deductieve inferenties die je vroeger hebt verzameld.

Computeroefeningen. Module 2: deductief correcte inferenties: correct/niet-correct en inferenties: formeel correct/niet-correct.

1.3.3 Schematische letters, logische vorm, en de rol van logische termen

Uit voorgaande voorbeelden moet het belang van het gebruik van *schematische letters* duidelijk zijn geworden: zij laten ons toe de vorm van een zin uit te drukken. Dank zij het gebruik van schematische letters voor predikaten kunnen we inferentieschema (4) formuleren en kunnen we alle inferenties van die vorm als correct klasseren; dank zij het gebruik van schematische letters voor zinnen kunnen we hetzelfde doen voor (6).

Weliswaar is er een oneindig aantal correcte schema’s van dezelfde soort als (4) of (6), maar zoals we verder zullen zien kunnen we deze alle afleiden

¹¹Ook voor correcte inductieve inferenties kan men een onderscheid maken tussen die welke correct zijn omwille van hun vorm en die welke correct zijn op niet-formele grond.

¹²In (5a) is “Jan heeft een 11 behaald” geïnverteerd. Dit is een eigenaardigheid van het Nederlands, die toevallig niet voorkomt in de Engelse of Franse vertaling van (5a). Dergelijke eigenaardigheden van natuurlijke talen leiden tot problemen die ik later bespreek.

uit een eindig aantal. Daarom zijn we in staat een theorie over correcte inferenties te formuleren: een eindig aantal regels zal ons toelaten een principieel oneindig aantal inferenties als correct te klasseren. Een dergelijke theorie noemen we een inferentiesysteem.

De meeste inferenties kunnen onder verschillende vormen worden ondergebracht (hebben verschillende vormen). Zowel (2) als (5) zijn ook van de volgende vorm:

$$\begin{array}{ll}
 (7) & (7a) \quad p \\
 & (7b) \quad q \\
 & \quad \quad \quad \hline
 & (7c) \quad r
 \end{array}$$

Dat (2) en (5) onder deze vorm vallen, garandeert echter niet dat ze correct zijn. Talloze ‘inferenties’ van deze vorm zijn immers niet-correct, bijvoorbeeld:

$$\begin{array}{ll}
 (8) & (8a) \quad \text{Het regent.} \\
 & (8b) \quad \text{Jan is blond.} \\
 & \quad \quad \quad \hline
 & (8c) \quad \text{Venus is een planeet.}
 \end{array}$$

Wanneer een inferentie onder een correct schema valt, dan is ze correct op formele grond. Valt ze onder een niet-correct schema, dan is ze daarom nog niet incorrect.

De ondervinding leert dat de notie vorm sommige mensen nogal wat last berokkent. Vandaar dat ik er nog even op terugkom. Bekijk de volgende inferentie:

$$\begin{array}{ll}
 (9) & (9a) \quad \text{Als Jan niet geslaagd is, is Jan ongelukkig.} \\
 & (9b) \quad \text{Jan is niet geslaagd.} \\
 & \quad \quad \quad \hline
 & (9c) \quad \text{Jan is ongelukkig.}
 \end{array}$$

Iedereen ziet onmiddellijk dat (9) onder volgend schema valt:

$$\begin{array}{ll}
 (10) & (10a) \quad \text{Als niet } p, \text{ dan } q \\
 & (10b) \quad \text{Niet } p \\
 & \quad \quad \quad \hline
 & (10c) \quad q
 \end{array}$$

Sommigen hebben echter diepe twijfels over de vraag of (9) ook onder schema (6) valt. Bovenstaand verhaal over vlekken kan hier misschien helpen. Je ziet er ook meteen mee dat *alle* inferenties van de vorm (10) ook onder (6) vallen; het volstaat immers de eerste vlek wat groter te maken. Zo goed als elke inferentie valt onder een veelheid van schema’s, waarvan er een aantal een reeks vormen: elk volgend schema valt onder het vorige (en is bijgevolg

complexer). Als de inferentie formeel correct is, dan zal, vanaf een bepaalde graad van complexiteit, de correctheid gegarandeerd zijn. Toegepast op ons eenvoudig voorbeeld: (9) valt onder (7), (6) en (10), en vanaf (6) is formele correctheid gegarandeerd. (Nazien en nooit meer aan twijfelen.)

Ik besluit deze afdeling met een belangrijk conceptueel punt. Logische termen spelen een bijzondere rol in de formele logica. We hebben vroeger gezien dat de correctheid van een inferentie afhangt van de relatie tussen de betekenis van de premissen en de betekenis van de conclusie. Nu *kan* de betekenis van p en q (of P , Q en R) niet bepalend zijn voor de correctheid van de inferenties die onder (4) of (6) vallen. Immers p , q , P , Q , en R zijn schematische letters; men kan er gelijk welke beschrijvende zin (respectievelijk gelijk welk predikaat) voor invullen. De correctheid van (6) moet dus afhangen van de betekenis van “Als ... dan ...”, en de correctheid van (2) moet afhangen van de betekenis van “alle ... zijn ...” en “Sommige ... zijn ...”. Algemeen: *de correctheid van een inferentieschema* (en dus ook van alle inferenties van die vorm) *hangt alleen af van de betekenis van de logische termen die erin voorkomen* en van de *plaats* die de schematische letters innemen.

Als we de betekenis van de logische termen van een bepaalde taal kennen, dan weten we meteen welke inferenties op formele grond correct zijn. Als we, anderzijds, weten welke inferenties in een bepaalde taal formeel correct zijn en welke niet, dan kunnen we hieruit over de betekenis van de logische termen van deze taal alles afleiden wat er op syntactisch gebied (zie verder) over te zeggen valt. De formele logica kunnen we dan ook op twee manieren omschrijven: de studie van inferenties die correct zijn omwille van hun vorm, en de studie van de betekenis van logische termen. Samenhangend met dit laatste gezichtspunt zegt men dat een inferentiesysteem een *impliciete definitie* vormt van een verzameling termen.

Hoe de betekenis van logische termen kan worden afgeleid uit de verzameling van de correcte inferenties, kan als volgt worden geïllustreerd. Stel dat “&” een logische term is waarmee we twee zinnen kunnen samenvoegen tot een langere zin; een term als de Nederlandse termen “of” en “en”. Stel verder dat we weten dat elk van de volgende inferentieschema’s correct is:

$$\begin{array}{ccc}
 (11) & \frac{A \& B}{A} & (12) & \frac{A \& B}{B} & (13) & \frac{A}{B} \\
 & & & & & \frac{A \& B}{A \& B}
 \end{array}$$

Uit $A \& B$ kunnen we zowel A als B afleiden; $A \& B$ bevestigt dus minstens evenveel als A en B samen. Logische termen met deze eigenschap noemen we conjuncties. Bovendien kunnen we uit A en B samen $A \& B$ afleiden. Dit betekent dat $A \& B$ niet meer bevestigt dan A en B samen; het kan bijvoorbeeld geen causaal verband of geen tijdsverband tussen A en B uitdrukken. Bijgevolg kan “&” niets anders zijn dan een *nevenschikkende conjunctie*:

$A \& B$ bevestigt precies evenveel als A en B samen. Met andere woorden, uit (11)-(13) kunnen we de betekenis van “& ” volledig afleiden. Voor andere logische termen kan het een beetje ingewikkelder zijn, maar het principe blijft hetzelfde.

Oefeningen. (a) Zeg voor elke term uit een korte tekst of hij verwijzend dan wel logisch-mathematisch is. (b) Klasseer een aantal deductieve inferenties als volgt: formeel correct, correct op niet-formele grond, incorrect. (c) Zoek voor elk van deze inferenties zoveel mogelijk verschillende vormen waaronder ze vallen, en zeg, voor de formeel correcte, welke vormen correctheid garanderen en welke niet.

1.3.4 Van natuurlijke talen naar formele talen

Het is verbazingwekkend hoeveel belangrijke logische problemen reeds werden bestudeerd in de Griekse Oudheid en in de Middeleeuwen. Nog meer verbazingwekkend is de geweldige ontwikkeling die de logica heeft gekend sinds het einde van de negentiende eeuw. De reden hiervoor was dat men in de negentiende eeuw *formele talen* is gaan aanwenden in plaats van *natuurlijke talen*.

Het bedrijven van formele logica in natuurlijke talen leidt inderdaad tot een aantal moeilijkheden. Een eerste moeilijkheid werd reeds in afdeling 1.1.3 behandeld. Een tweede is dat natuurlijke talen voortdurend ontwikkelen, zowel wat de grammatica als wat de betekenis van woorden betreft, en dat het resultaat van deze (eerder organische) ontwikkeling niet steeds erg systematisch is. Ten derde zijn natuurlijke talen eerder soepele instrumenten dan stabiele systemen; we gebruiken en transformeren ze volgens de behoeften van het ogenblik en rekening houdend met de personen tot wie we ons richten. Een zelfde woord of zin kan verschillende betekenissen hebben. Om uit te maken welke betekenis wordt bedoeld, moeten we meestal een beroep doen op de context, de linguïstische (bijvoorbeeld welke zinnen ervoor en erna komen) en de niet-linguïstische (bijvoorbeeld wie er spreekt, tot wie er wordt gesproken, in welke situatie dit gebeurt, welke gebaren de spreker maakt). Die betekenissen liggen bovendien *niet* van tevoren vast; we kunnen heel gemakkelijk een woord in een nieuwe betekenis gebruiken.

Dit alles maakt het erg problematisch in een natuurlijke taal aan formele logica te doen. Toen ik het in afdeling 1.3.3 over logische vormen (en correcte schema's) had, ging ik er impliciet van uit dat het bekijken van de zinnen volstaat om de vorm van een inferentie vast te stellen. Dat veronderstelt echter dat elk woord overal dezelfde betekenis heeft. Om een theorie over de correcte logische vormen van een taal te kunnen maken, moeten die vormen overigens vastliggen.

De vermelde moeilijkheden zijn te talrijk om hier volledig te worden behandeld; ik zal slechts enkele punten aanstippen. Woorden, zinsdelen en

zinnen kunnen verschillende letterlijke betekenissen hebben, die al dan niet van elkaar zijn afgeleid; we kunnen ze ook in een overdrachtelijke betekenis gebruiken; we kunnen woorden waarmee we objecten benoemen gebruiken om afbeeldingen van deze objecten te benoemen; ... Denk maar aan de betekenissen van “tafel” of van “bord”; of aan wat stakers met “ratten” bedoelen. De leeuw van Waterloo is, in tegenstelling tot de leeuwen in de Antwerpse zoo, totaal ongevaarlijk; sinds de middeleeuwen noemen sommigen iemand een leeuw als die in een gevecht gemakkelijk zijn leven op het spel zet—toentertijd vond men dat positief; er is ook het sterrenbeeld; en wie ‘eronder geboren’ is noemt men ook al een leeuw.

Ook logische termen krijgen verschillende betekenissen in natuurlijke talen:

- (14) Het regent en het is vier uur.
- (15) Hij at zijn boterhammen op en ging naar huis.
- (16) Het begon te regenen en hij opende zijn paraplu.

De logische term “en” is louter nevenschikkend in (14), drukt in (15) een opeenvolging in de tijd uit, en in (16) zelfs een oorzakelijk verband (als de zinnen in een geschikte context voorkomen). Voor de louter nevenschikkende “en” is (17) een correct inferentieschema, voor de andere betekenissen echter niet.

$$\begin{array}{l}
 (17) \quad p \\
 \quad \quad q \\
 \quad \quad \hline
 \quad \quad p \text{ en } q
 \end{array}$$

Een analoog fenomeen doet zich voor op het niveau van zinnen. (14), (15) en (16) zijn typisch zinnen waarvan we niet weten wat ze precies betekenen indien we hun context niet kennen. Voor (14) zijn meestal vooral elementen van de niet-verbale context van belang: waar en wanneer de zin werd uitgesproken; voor (15) en (16) hebben we bovendien dikwijls elementen uit de verbale context nodig om uit te maken wie bedoeld wordt met “hij” (en wat bijgevolg bedoeld wordt met “naar huis”). Verder zijn we gewoon een heel aantal dingen erg onrechtstreeks uit te drukken. De zin “Heb jij vuur?” heeft de vorm van een vraag, maar drukt meestal een verzoek uit. De bevestigende zin “Het is tien uur.” kan, als hij bijvoorbeeld tot een kind gericht is, een aanmaning om te gaan slapen uitdrukken. Als je daarentegen met iemand reeds twee uur op een derde wacht, kan diezelfde zin de betekenis hebben van een vraag of een aansporing: “Denk jij dat hij nog komt?” of “Laten we weggaan.” (Zoek zelf andere voorbeelden, eventueel aan de hand van een stuk uit een roman).

Een andere moeilijkheid ligt daarin dat woorden tot verschillende categorieën kunnen behoren. Vergelijk de twee volgende zinnen.

- (18) De Chinezen zijn Aziaten.
 (19) De Chinezen zijn talrijk.

In (18) wordt een eigenschap van elke afzonderlijke Chinees uitgedrukt, in (19) een comparatieve eigenschap van de verzameling van de Chinezen. Uit (18) en “Li is een Chinees” volgt dat Li een Aziaat is, uit (19) en “Li is een Chinees” volgt uiteraard niet dat Li talrijk is. Als we hiermee geen rekening houden maken we de ene denkfout na de andere.

Met een zelfde grammaticale vorm kunnen verschillende betekenissen zijn verbonden. Hier is een mooi voorbeeld:

- (20) (20a) Telkens Jan tennist, is hij gelukkig.
 (20b) Jan is niet gelukkig.

(20c) Jan tennist niet.

Deze inferentie is formeel correct wanneer “Jan tennist niet” betekent dat hij op dit ogenblik niet tennist. Ze is echter niet correct die zin betekent dat hij nooit tennist.

Als laatste moeilijkheid vermeld ik dat de grammatica van natuurlijke talen dikwijls de logische structuur van zinnen verdoezelt.

- (21) Alle vossen zijn sluw.
 (22) Vossen zijn sluw.
 (23) De vos is sluw.
 (24) De vos is dood.

In sommige contexten betekenen (21), (22) en (23) hetzelfde, ondanks de verschillen in vorm. Deze zinnen bevestigen dan een eigenschap van elke afzonderlijke vos, en *niet* een eigenschap van het abstractum De Vos of een eigenschap van de verzameling van de vossen. Hoewel (24) dezelfde vorm heeft als (23), bevestigt het iets over één (door de context bepaalde) vos.

- (25) Jan is een filosoof en Piet is een filosoof.
 (26) Jan en Piet zijn filosofen.
 (27) Jan en Piet zijn broers.

Hier is de logische structuur duidelijk in (25); de “en” is nevenschikkend zoals in (14). (26) betekent hetzelfde als (25) en lijkt er een samentrekking van. (27) heeft dezelfde vorm als (26), maar kan niet worden gesplitst in een zin van dezelfde vorm als (25), omdat “broers zijn” in dit geval een relationele eigenschap uitdrukt: ze zijn broers van elkaar.

- (28) Je mag me thuis of op het werk bellen.

Hoewel hier het woord “of” gebruikt wordt, betekent (28) niet dat het een of het andere toegelaten is, maar dat beide toegelaten zijn.

In de oudheid en de middeleeuwen werd formele logica rechtstreeks in natuurlijke talen bedreven. Dit was ondanks al het bovenstaande mogelijk, omdat men zich stilzwijgend of uitdrukkelijk aan de afspraak hield om alle zinnen eerst in een bepaald fragment van de natuurlijke taal te vertalen. Nu zou je denken dat een logica dan beschouwd kan worden als een empirische theorie over de betekenis die de logische termen in dit fragment van de taal hebben. Deze zienswijze is echter niet houdbaar. Hoe wordt namelijk dat fragment afgebakend? Dat kan alleen maar gebeuren door te verwijzen naar de betekenis van de logische termen: het is het fragment waarin de logische termen die precieze betekenis hebben. Het fragment wordt dus afgebakend door de logica die men er zogezegd over formuleert. Die logica kan dan ook geen empirische theorie zijn, maar is een bepaling, in de zin van een conventie of afspraak, van de betekenis van een aantal logische termen.

Als dit dan toch zo is, dan kan men even goed of beter deze logica niet formuleren in een fragment van de natuurlijke taal, maar in een soort kunsttaal, die men een *formele taal* noemt. Uit formele talen kan men namelijk zowel de meerduidigheden als de grammaticale onregelmatigheden weren. Bovendien vermijdt men op deze manier dat onze ‘intuïties’ over betekenissen van termen uit de natuurlijke taal voor verwarring zorgen. Formele talen werden vanaf de negentiende eeuw gehanteerd voor delen van de logica en van de wiskunde.

Het bedrijven van formele logica in een formele taal heeft overigens het praktisch voordeel dat allerlei ingewikkelde formuleringen worden vermeden. Vermits de lezer nog met geen enkele typische formele taal uit de formele logica vertrouwd is, geef ik een algebraïsch voorbeeld.

- (29) Het produkt van een getal met een ander getal is gelijk aan
het produkt van dit laatste getal met het eerste.
- (30) $a \times b = b \times a$

De structuur van (30) is veel duidelijker dan die van (29), wat onder meer het maken of lezen van een bewijs heel wat vergemakkelijkt.

In de volgende afdelingen zal ik een aantal formeel-logische systemen invoeren in formele talen. Zoals ik al opmerkte zijn deze systemen een soort definities, en als zodanig op zich niet belangrijk. Hun belang bestaat erin dat ze ons een strikt eenduidig en eenvoudig systeem bieden, waarin we redeneringen uit de natuurlijke taal kunnen vertalen, zodat we de correctheid ervan gemakkelijk kunnen beoordelen. Voor alle toepassingen op de natuurlijke taal zullen we dus twee stappen moeten zetten. Eerst moeten we de betekenis van de zinnen uit de natuurlijke taal (binnen de gegeven context) analyseren en uitdrukken in een formele taal. Daarna moeten we de correctheid van de redenering testen binnen de formele taal. We zullen overigens zien dat vertrouwdheid met formele talen een belangrijk hulpmiddel vormt om de betekenis van Nederlandse zinnen te analyseren.

Het voorgaande vormt volstrekt geen goede reden om natuurlijke talen voor alle doeleinden door formele talen (van de nu bekende soort) te vervangen; dat zou inderdaad rampzalige gevolgen hebben. Alle zinnen zouden dan wel meteen een precieze en ondubbelzinnige betekenis krijgen, en bepaalde vormen van denken zouden gemakkelijker verlopen, maar de starheid van formele talen zou tegelijkertijd ons denken zeer beperken. Net zoals bij het maken van een schilderij of muziekstuk zijn nieuwe ideeën meestal niet meteen met alle helderheid en precisie gegeven. Doordat natuurlijke talen zo soepel zijn, laten ze ons toe te vertrekken van formuleringen waarin sommige woorden slechts een vage betekenis hebben. Het licht wordt dikwijls pas bereikt na een duistere tunnel. (Maar niet elke duistere tunnel leidt naar het licht, en dat is wel degelijk het doel van ons zoeken.) Natuurlijke talen zijn dus nodig om bepaalde creatieve processen mogelijk te maken; dit betreft zowel het schrijven van gedichten als het formuleren van nieuwe wetenschappelijke theorieën. Naar mijn mening zullen gedurende de komende jaren formele talen worden ontwikkeld die dichter bij natuurlijke talen staan. Dit zal ons toelaten een betere pak te krijgen op creatieve processen.

Oefeningen. (a) Wat is de relatie tussen formele logica en formele talen? (b) Zoek voorbeelden van inferenties die ‘wat de woorden betreft’ onder een correct schema vallen, maar toch niet correct zijn. Zoek telkens de reden waarom de vorm misleidend is. (c) Zoek zoveel mogelijk betekenissen van bijvoorbeeld het woord “leeuw” (met telkens een zin waarin het woord in die betekenis voorkomt).

1.4 Argumenten en inferenties: contexten en beoordeling

1.4.1 Relatie tussen argumenten en inferenties

Stel dat, in een tekst, B en C de argumenten voor A zijn. Dan zeggen we dat, in die tekst, A wordt afgeleid uit B en C —met ander woorden dat in die tekst een inferentie voorkomt waarvan B en C de premissen zijn en A de conclusie is. Het is belangrijk te zien dat het hier om twee kanten van een zelfde medaille gaat. Wanneer, in diezelfde of een andere tekst, D en E argumenten *tegen* A zijn, dan betekent dit gewoon dat er in de tekst een inferentie voorkomt van D en E naar niet- A .

Wat onmiddellijk opvalt, is dat het beoordelen van argumenten gemakkelijker wordt wanneer men nadenkt over inferenties. Het verhindert dat men de tel kwijt raakt bij het beoordelen van afzonderlijke argumenten (een zwak argument, een sterk argument, nog een zwak argument, een matig sterk tegenargument, en zo verder). Men neemt alle positieve argumenten voor A , en vraagt zich af: hoe goed is de inferentie van deze argumenten

naar A ? Daarnaast neemt men alle tegenargumenten voor A en vraagt zich af: hoe goed is de inferentie van deze argumenten naar niet- A ?

Een argumentatieve tekst kan echter verschillende aaneenschakelingen van argumenten bevatten—denk maar aan het voorbeeld uit afdeling 1.2.2. Een dergelijke tekst kan men dan ook best beoordelen door te letten op het gewicht van de inferenties die erin vervat zitten en op de geloofwaardigheid van de premissen (de beweringen waarvoor er geen argumenten zijn—zie afdeling 1.2.1). Eerst gaat men na welke argumentatieve verbanden er zijn. De premissen die men zelf niet onderschrijft, schrapt men. Daarna gaat men stap voor stap na hoe sterk de inferentie is van gegeven beweringen naar een conclusie—de conclusie van de gehele redenering of een tussenliggende stap. Wanneer het niet gaat om een deductieve inferentie, dan is er vanzelfsprekend niets op tegen dat men zelf tegenargumenten tegen een bewering B toevoegt en de kracht nagaat van de inferentie die tot niet- B leidt—bij een deductieve inferentie heeft dat vanzelfsprekend geen nut.¹³

Hoewel het bovenstaande een goede reden lijkt om al onze aandacht toe te spitsen op inferenties, eerder dan op argumenten, ga ik nog even verder in op deze laatste. In afdeling 1.2 is immers wel het herkennen, maar niet het beoordelen van argumenten aan bod gekomen. Zoals u meteen zal merken, vereist dit laatste immers vaardigheden die teruggaan op afdeling 1.3. Verder zal ik in afdeling 1.4.5 uitdrukkelijk ingaan op de verscheidenheid aan contexten waarin inferenties en argumenten voorkomen.

1.4.2 Verzwegen premissen

Laten we weer beginnen met een voorbeeld:

- (1) Zalm bevat veel PCB's. Men kan zalm dus beter met mate eten.

De 'dus' duidt aan dat de eerste zin als argument voor de tweede wordt voorgesteld. Dat het hier om een goed argument gaat kan men niet zien aan de bovenstaande zinnen op zich. Daartoe moet men weten dat PCB's erg schadelijk zijn voor de gezondheid (en ervan uitgaan dat de auteur van de tekst dit ook weet).

Stel dat we de "dus" in (1) weglaten. Het is dan nog steeds plausibel dat de auteur van de tekst de eerste bewering als een argument voor de tweede bedoelde. Iedereen weet immers intussen wel dat PCB's schadelijk zijn voor de gezondheid. Als de auteur van de tekst deze samenhang niet bedoelde, dan valt het moeilijk te begrijpen waarom de twee zinnen na elkaar worden gezet.

In (1), zoals het er staat of met de 'dus' weggelaten, wordt een premisse verzwegen: "PCB's zijn schadelijk voor de gezondheid." Meestal zegt

¹³Als ook de inferentie die tot niet- B leidt deductief correct is, dan wijst dit erop dat men uitgaat van inconsistente premissen. Meestal is er dan dubbelzinnigheid of vaagheid in het spel.